

Негосударственная общеобразовательная автономная  
некоммерческая организация  
«ПАВЛОВСКАЯ ГИМНАЗИЯ»

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Приказ № 219 – АДМ**  
**от «31» августа 2023 г.**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА  
«РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ»

11 класс

учителей математики Тушиковой О.Н., Затиевой О.В.

## Пояснительная записка

Программа учебного курса «Решение задач с параметрами» рассчитана на 102 часа и ориентирована на учащихся 11 класса, имеющих высокий уровень математической подготовки (данный учебный курс могут посещать как учащиеся, которые посещали одноименный курс в 10 классе, так и учащиеся, которые данный курс не посещали). Занятия проводятся в течение всего учебного года по 3 часа в неделю (102 часа).

### **Рабочая программа составлена на основе следующих документов:**

Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ (ред. от 31.12. 2014, с изм. от 02.05. 2015) «Об образовании в Российской Федерации» (с изм. и доп., вступ. в силу с 5. 07. 2017).

Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденным приказом Минобрнауки от 17.05.2012 № 413.

Основная образовательная программа среднего общего образования АНО «Павловская гимназия».

Учебный план АНО «Павловская гимназия» на 2023-2024 учебный год.

Задачи с параметрами играют важную роль в формировании логического мышления и математической культуры школьника, но их решение вызывает у них значительные затруднения. Это связано с тем, что каждое уравнение или неравенство с параметром представляет собой целый класс обычных уравнений и неравенств, для каждого из которых должно быть получено решение. Такие задачи постоянно предлагаются на ЕГЭ и на вступительных экзаменах в вузы.

В средней школе недостаточно рассматриваются уравнения с параметрами. Но с понятием параметра (не употребляя этот термин) встречаются начиная с 7 класса., когда изучают линейное уравнение вида  $ax = b$ , и в 8 классе при изучении квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ .

Рассматриваемый материал не входит в базовый уровень, но он часто встречается на выпускных экзаменах по математике. Решение уравнений и неравенств с параметрами можно считать деятельностью близкой к исследовательской. Это обусловлено тем, что выбор метода решения, процесс решения, запись ответа предполагают определенный уровень сформированности умений наблюдать, сравнивать, анализировать, выдвигать и проверять гипотезу, обобщать полученные результаты. При решении их используются не только типовые алгоритмы, но и нестандартные методы, упрощающие решение. В связи с этим, на первых порах при работе над этой темой ученика предлагаются простые решаемые по алгоритму задачи, с последующим усложнением задач.

### **Планируемые результаты освоения учебного предмета**

Курс построен как углубленное изучение вопроса и является развитием системы ранее приобретенных знаний. Углубление реализуется на базе обучения методам и приемам решения математических задач, требующих применения высокой логической и операционной культуры, развивающей научно- теоретическое и алгоритмическое мышление и направлено на развитие самостоятельной исследовательской деятельности.

Тематика задач не выходит за рамки основного курса, но уровень их трудности повышенный.

Изучение элективного курса направлено на достижение следующих целей:

- Углубить и расширить знания методов и приемов к решению задач с параметрами.
- Продолжить работу по интеллектуальному развитию учащихся, формированию определенного уровня абстрактного и логического мышления.

- Сформировать у учащихся представление о задачах с параметрами как о задачах исследовательского характера, показать их многообразие.
- Перспективные возможности успешного усвоения курса математики в высших учебных заведениях.

#### **Задачи курса:**

- повысить теоретический уровень знаний учащихся по математике расширить и углубить представления учащихся о приемах и методах решения математических задач,
- формировать математический стиль мышления на основе индивидуальных особенностей школьников, помочь овладеть рядом технических и интеллектуальных умений на уровне свободного их использования;
- развить интерес и положительную мотивацию изучения математики.
- ликвидировать пробелы в знаниях и постараться решить общие проблемы: приучить к культуре вычислений и научить приемам самопроверки.
- содействовать преемственности среднего общего и высшего образования.
- Отбор содержания программы курса основан на применении математических предметных знаний и умений школьников для решения задач повышенного уровня сложности по отдельным темам базового курса, введении дополнительных тем.

### **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА**

#### **Личностные**

- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки; критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нём взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества;
- осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем.

#### **Метапредметные**

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к

самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее — ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;
- владение языковыми средствами — умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

### **Предметные**

- решать линейные и квадратные уравнения и неравенства с параметрами, решать иррациональные, логарифмические, показательные, тригонометрические уравнения и неравенства с параметрами как аналитически, так и графически, применять аппарат алгебры и математического анализа для решения прикладных задач;
- умение выполнять алгебраические преобразования рациональных выражений, применять их для решения учебных математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах.

## **СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ**

### **Основное содержание учебного курса**

#### **1. Уравнения и неравенства с параметрами второй степени**

Простейшие уравнения с параметром второй степени. Уравнения второй степени без дополнительных ограничений. Соотношения между корнями уравнения второй степени с параметром. «Каркас» квадратичной функции. Расположение корней уравнения второй степени на числовой оси. Знаки корней квадратного трехчлена. Расположение корней на числовой прямой. Понятие параметра. Две основных формы постановки задачи с параметром. Графическая интерпретация задачи с параметром. Методы решения простейших задач с параметрами.

Условия существования корней квадратного трехчлена. Знаки корней. Расположение корней квадратного трехчлена относительно точки, отрезка. Графическая интерпретация.

Решение задач с помощью построения графиков левой и правой части уравнения или неравенства и «считывания» нужной информации с рисунка. Область определения. Множество значений. Четность. Монотонность. Периодичность. Симметрия графика относительно начала координат или оси ординат в зависимости от четности функции.

Демонстрация приёма составления задач с параметром методом «от картинки к задаче».

#### **2. Тригонометрические уравнения и неравенства с параметрами**

Тригонометрические уравнения, решаемые с помощью замены. Тригонометрические уравнения, решаемые относительно параметра. Применение метода оценки левой и правой частей, входящих в уравнение или неравенство. «Полезные неравенства»: сумма двух взаимно обратных чисел, неравенство для суммы синуса и косинуса одного аргумента, неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим положительных чисел.

Основные приемы решения тригонометрических уравнений, неравенств, систем: тождественные преобразования, замена переменной.

### 3. Решение задач с параметрами с использованием производной

Производная сложной функции. Производная и касательная. Вторая производная. Исследование функций с помощью производной. Применение производной при решении задач с параметрами: задачи на максимум и минимум, использование экстремальных свойств рассматриваемых функций, нестандартные по формулировке задачи, связанные с уравнениями или неравенствами, задачи с логическим содержанием.

### 4. Показательные уравнения, неравенства и системы с параметрами

Простейшие показательные уравнения с параметром, сводящиеся к квадратным. Уравнения высших степеней, сводящиеся к квадратным. Основные приемы решения показательных уравнений и неравенств: тождественные преобразования, замена переменной, равносильность уравнений, исключение «посторонних» корней.

### 5. Логарифмические уравнения, неравенства и системы с параметрами

Основные приемы решения логарифмических уравнений и неравенств: тождественные преобразования, замена переменной, равносильность уравнений, исключение «посторонних» корней. Условия существования корней уравнений и неравенств с параметром.

#### Ожидаемые результаты

Главная задача, которую должны усвоить учащиеся, что уравнения и неравенства с параметром – это семейство уравнений или неравенств, определяемых параметром. Отсюда вытекает способ решения: в зависимости от структуры уравнения или неравенства выделяются подмножества, множества допустимых значений параметра и для каждого такого подмножества находится соответствующее множество корней уравнения или множество решений неравенства. Этот смысл доводится до сознания учащихся путем рассмотрения конкретных примеров уравнений и неравенств с параметрами.

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/п	Наименование разделов тем курса	Кол - во часов	Форма контроля
<b>Тема 1. Уравнения и неравенства с параметрами второй степени (22 ч)</b>			
1	Простейшие уравнения с параметром второй степени.	1	
2	Уравнения второй степени без дополнительных ограничений.	1	
3	Соотношения между корнями уравнения второй степени с параметром.	1	
4	Расположение корней уравнения второй степени на числовой оси. Знаки корней квадратного трехчлена.	1	
5	Расположение корней на числовой прямой. Понятие параметра.	1	
6	Две основных формы постановки задачи с параметром	3	

7	Графическая интерпретация задачи с параметром.	3	
8	Методы решения простейших задач с параметрами.	2	Самостоятельные работы
9	Условия существования корней квадратного трехчлена. Знаки корней. Расположение корней квадратного трехчлена относительно точки, отрезка. Графическая интерпретация.	3	Самостоятельные работы
10	Решение задач с помощью построения графиков левой и правой части уравнения или неравенства и «считывания» нужной информации с рисунка.	3	Самостоятельные работы
11	Область определения. Множество значений. Четность. Монотонность. Периодичность. Симметрия графика относительно начала координат или оси ординат в зависимости от четности функции.	3	Самостоятельные работы
<b>Тема 2. Тригонометрические уравнения и неравенства с параметрами (16 ч)</b>			
12	Тригонометрические уравнения, решаемые с помощью замены.	2	Самостоятельные работы
13	Тригонометрические уравнения, решаемые относительно параметра.	2	Самостоятельные работы
14	Применение метода оценки левой и правой частей, входящих в уравнение или неравенство.	2	Самостоятельные работы
15	«Полезные неравенства»: сумма двух взаимно обратных чисел, неравенство для суммы синуса и косинуса одного аргумента, неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим положительных чисел.	5	Самостоятельные работы
16	Основные приемы решения тригонометрических уравнений, неравенств, систем: тождественные преобразования, замена переменной.	5	Самостоятельные работы
<b>Тема 3. Решение задач с параметрами с использованием производной (12 ч)</b>			
17	Производная сложной функции. Производная и касательная.	3	
18	Вторая производная. Исследование функций с помощью производной.	3	Самостоятельные работы
19	Применение производной при решении задач с параметрами: задачи на максимум и минимум, использование экстремальных свойств рассматриваемых функций.	3	Самостоятельные работы
20	Применение производной при решении задач с параметрами: нестандартные по формулировке задачи, связанные с уравнениями или неравенствами, задачи с логическим содержанием.	3	Самостоятельные работы

<b>Тема 4. Показательные уравнения, неравенства и системы с параметрами (15 ч)</b>			
21	Простейшие показательные уравнения с параметром, сводящиеся к квадратным.	3	Самостоятельные работы
22	Уравнения высших степеней, сводящиеся к квадратным.	3	Самостоятельные работы
23	Основные приемы решения показательных уравнений и неравенств: тождественные преобразования.	3	Самостоятельные работы
24	Основные приемы решения показательных уравнений и неравенств: замена переменной.	3	Самостоятельные работы
25	Основные приемы решения показательных уравнений и неравенств: равносильность уравнений, исключение «посторонних» корней.	3	Самостоятельные работы
<b>Тема 5. Логарифмические уравнения, неравенства и системы с параметрами (37 ч)</b>			
26	Основные приемы решения логарифмических уравнений и неравенств: тождественные преобразования.	3	Самостоятельные работы
27	Основные приемы решения логарифмических уравнений и неравенств: замена переменной.	3	Самостоятельные работы
28	Основные приемы решения логарифмических уравнений и неравенств: равносильность уравнений.	3	Самостоятельные работы
29	Основные приемы решения логарифмических уравнений и неравенств: исключение «посторонних» корней.	3	Самостоятельные работы
30	Условия существования корней уравнений и неравенств с параметром.	3	Самостоятельные работы
31	Решение различных заданий ЕГЭ с параметром	21	Самостоятельные работы, зачетная работа
	Итоговое занятие	1	
	<b>Итого</b>	<b>102</b>	

#### **Учебно-методическое обеспечение образовательного процесса**

1. Горнштейн П.И., Полонский В. Б., Якир М.С. Задачи с параметрами.
2. Шарьгин И.Ф., Голубев. В. И. Факультативный курс по математике "Решение задач" (11 класс).
3. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. «Математика: интенсивный курс подготовки к экзамену». – 6-е изд., испр. и доп. – М.: Рольф, 2002. – (Домашний репетитор)
4. Балаян Э.Н. Математика. Сам себе репетитор. Задачи повышенной сложности. Серия «Абитуриент», Ростов-на –Дону: Изд-во «Феникс», 2004.
5. «Математика абитуриенту. Версия 2.0.: «1145 задач по математике», компакт – диск для работы на компьютере.
6. «Репетитор: Математика, часть 1», компакт – диск для работы на компьютере.

7. Локоть В.В. Задачи с параметрами в курсе 8-9 классов с углублённым изучением математики.
8. Ястребинецкий Г.А. Уравнения и неравенства, содержащие параметры.
9. Локоть В.В. Задачи с параметрами и их решения: Тригонометрия: уравнения, неравенства, системы. 10 класс- 2-е изд., испр. И доп. – М.: АРКТИ, 2004.-64с. (Абитуриент: Готовимся к ЕГЭ)
10. Локоть В.В., Мартынов О.М. Решение задач ЕГЭ (2018 год): Учебное пособие. М.: АРКТИ, 2019-168с. (Абитуриент: Готовимся к ЕГЭ)
11. Локоть В.В., Мартынов О.М. Решение заданий ЕГЭ по математике (алгебра и начала анализа). Учебное пособие (часть1). Мурманск. 2009
12. Открытый банк заданий ФИПИ: <http://os.fipi.ru/tasks/2/a>